

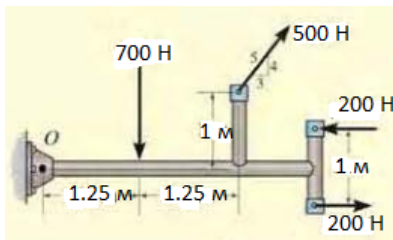
Приведение системы сил и моментов пар сил

В.Е. Кисляков

March 24, 2015

Пример 1

Заменить силу и момент пары сил, действующие на конструкцию, эквивалентной результирующей силой и моментом пары сил, действующих в точке O



Решение. Сумма сил

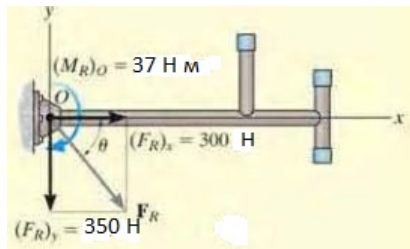
$$\rightarrow (F_R)_x = \sum F_x; \quad (F_R)_x = \left(\frac{3}{5}\right) 500 \text{ Н} = 300 \text{ Н}$$

$$+ \uparrow (F_R)_y = \sum F_y; \quad (F_R)_y = (500 \text{ Н}) \left(\frac{4}{5}\right) - 700 \text{ Н} = -350 \text{ Н} = 350 \text{ Н}$$

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2} \\ &= \sqrt{(300 \text{ Н})^2 + (350 \text{ Н})^2} = 461 \text{ Н} \end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{350 \text{ Н}}{300 \text{ Н}} \right) = 49.4^\circ \text{ Ответ}$$

Результирующая сила



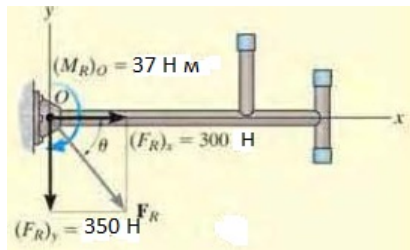
Сумма моментов

$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \sum M_O + \sum M;$$

$$\begin{aligned}(M_R)_O &= (500 \text{ Н})\left(\frac{4}{5}\right)(2.5 \text{ м}) - (500 \text{ Н})\left(\frac{3}{5}\right)(1 \text{ м}) \\ &\quad - (750 \text{ Н})(1.25 \text{ м}) + 200 \text{ Н} \cdot \text{м} \\ &= -37.5 \text{ Н} \cdot \text{м} = 37.5 \text{ Н} \cdot \text{м} \circlearrowleft\end{aligned}$$

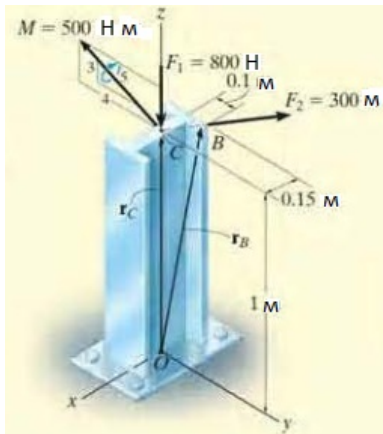
Ответ

Момент



Пример 2

На конструкцию действуют момент пары сил M и силы F_1 и F_2 . Заменить систему эквивалентной ей результирующей силой и моментом пар сил, действующие в точке O



Решение. Векторный анализ

$$\mathbf{F}_1 = -800\mathbf{k} \text{ Н}$$

$$\mathbf{F}_2 = (300 \text{ Н})\mathbf{u}_{CB}$$

$$= (300 \text{ Н})\left(\frac{\mathbf{r}_{CB}}{r_{CB}}\right)$$

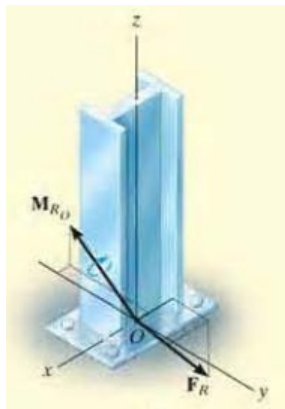
$$= (300 \text{ Н})\left[\frac{-0.15\mathbf{i} + 0.1\mathbf{j}}{\sqrt{(-0.15)^2 + (0.1)^2}}\right] = -249.6\mathbf{i} + 166.4\mathbf{j} \text{ Н}$$

$$\mathbf{M} = -500\left(\frac{4}{5}\right)\mathbf{j} + 500\left(\frac{3}{5}\right)\mathbf{k} = -400\mathbf{j} + 300\mathbf{k} \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Сумма сил

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F}; \quad \mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = -800\mathbf{k} - 249.6\mathbf{i} + 166.4\mathbf{j}$$
$$= -250\mathbf{i} + 166\mathbf{j} - 800\mathbf{k} \text{ Н}$$

Ответ



Сумма моментов

$$\mathbf{M}_{R_O} = \sum \mathbf{M} + \sum \mathbf{M}_O$$

$$\mathbf{M}_{R_O} = \mathbf{M} + \mathbf{r}_C \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}_2$$

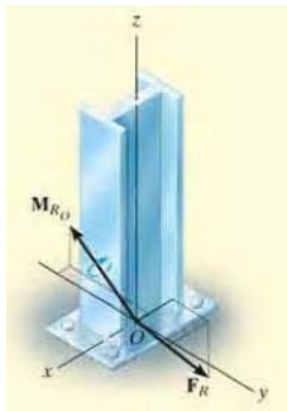
$$\mathbf{M}_{R_O} = (-400\mathbf{j} + 300\mathbf{k}) + (1\mathbf{k}) \times (-800\mathbf{k}) + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -0.15 & 0.1 & 1 \\ -249.6 & 166.4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -400\mathbf{j} + 300\mathbf{k} + (\mathbf{0}) + (-166.4\mathbf{i} - 249.6\mathbf{j})$$

$$= -166\mathbf{i} - 650\mathbf{j} + 300\mathbf{k} \text{ H} \cdot \text{м}$$

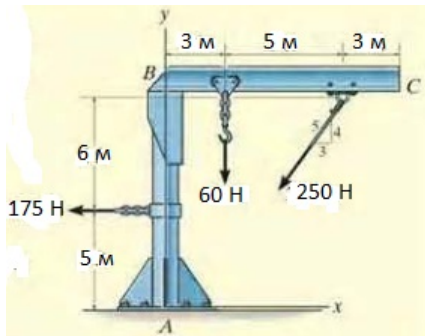
От

Момент



Пример 3

На кран действуют три копланарные силы. Заменить эту нагрузку эквивалентной результирующей силой и определить, где линия действия результирующей силы пересекает стойку АВ и стрелу ВС крана



Решение. Сумма сил

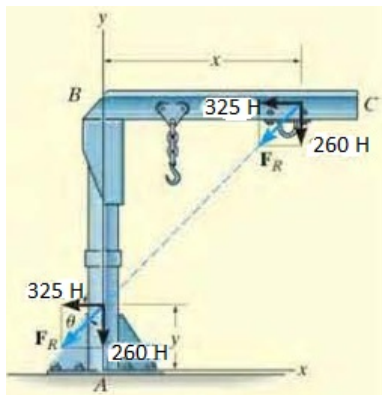
$$\overset{+}{\rightarrow} F_{R_x} = \sum F_x; F_{R_x} = (-250 \text{ Н})\left(\frac{3}{5}\right) - 175 \text{ Н} = -325 \text{ Н} = 325 \text{ Н} \leftarrow$$

$$+ \uparrow F_{R_y} = (-250 \text{ Н})\left(\frac{4}{5}\right) - 60 \text{ Н} = -260 \text{ Н} = 260 \text{ Н} \downarrow$$

$$F_R = \sqrt{(325 \text{ Н})^2 + (260 \text{ Н})^2} = 416 \text{ Н} \quad \text{ОТВЕТ}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{260 \text{ Н}}{325 \text{ Н}}\right) = 38.7^\circ \quad \text{ОТВЕТ}$$

Результирующая сила



Сумма моментов

$$\circlearrowleft + M_{RA} = \sum M_A$$

$$\begin{aligned} & 325 H(y) + 260 H(0) \\ = & 175 H(5 \text{ м}) - 60 H(3 \text{ м}) + 250 H\left(\frac{3}{5}\right)(11 \text{ м}) - 250 H\left(\frac{4}{5}\right)(8 \text{ м}) \end{aligned}$$

$$y = 2.29 \text{ м} \quad \text{Ответ}$$

Сумма моментов

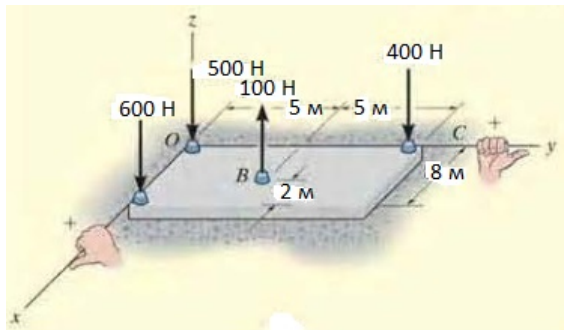
$$\circlearrowleft + M_{R_A} = \sum M_A$$

$$\begin{aligned} & 325 \text{ Н}(11 \text{ м}) + 260 \text{ Н}(x) \\ = & 175 \text{ Н}(5 \text{ м}) - 60(3 \text{ м}) + 250 \text{ Н}\left(\frac{3}{5}\right)(11 \text{ м}) - 250 \text{ Н}\left(\frac{4}{5}\right)(8 \text{ м}) \end{aligned}$$

$$x = 10.9 \text{ м} \quad \text{Ответ}$$

Пример 4

На плиту действуют четыре параллельные силы. Найти величину и направление результирующей силы, эквивалентной данной системе сил и определить точку приложения результирующей силы на плите



Решение. Сумма сил

$$\begin{aligned} + \uparrow F_R = \sum F; \quad -F_R &= -600 \text{ Н} + 100 \text{ Н} - 400 \text{ Н} - 500 \text{ Н} \\ &= -1400 \text{ Н} = 1400 \text{ Н} \downarrow \end{aligned}$$

Ответ

Сумма моментов

$$(M_R)_x = \sum M_x;$$

$$-(1400 \text{ Н})y = 600 \text{ Н}(0) + 100 \text{ Н}(5 \text{ м}) - 400 \text{ Н}(10 \text{ м}) + 500 \text{ Н}(0)$$

$$-1400y = -3500; \quad y = 2.50 \text{ м} \quad \text{Ответ}$$

$$(M_R)_y = \sum M_y;$$

$$(1400 \text{ Н})x = 600 \text{ Н}(8 \text{ м}) - 100 \text{ Н}(6 \text{ м}) + 400 \text{ Н}(0) + 500 \text{ Н}(0)$$

$$1400x = 4200$$

$$x = 3 \text{ м} \quad \text{Ответ}$$