

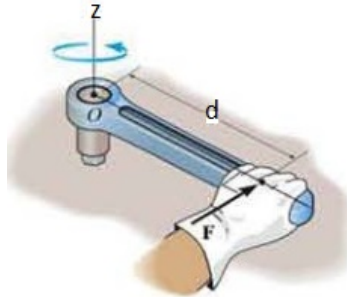
Лекция №3: Момент силы

В.Е.Кисляков

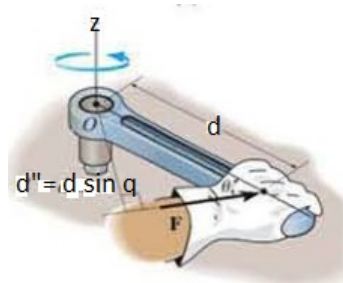
March 3, 2015

- 1 Момент силы: скалярное определение
- 2 Момент силы; векторное определение
- 3 Теорема Вариньона

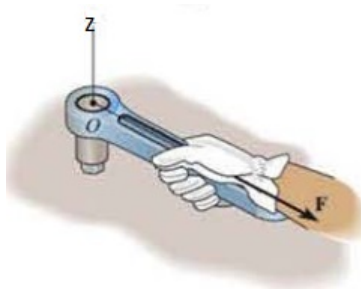
Определение



Момент прямо пропорционален величине силы $\mathbf{F}$ и расстоянию (перпендикуляру) = плечу d

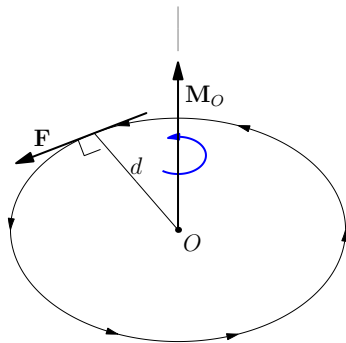


$$\theta \neq 90^\circ$$

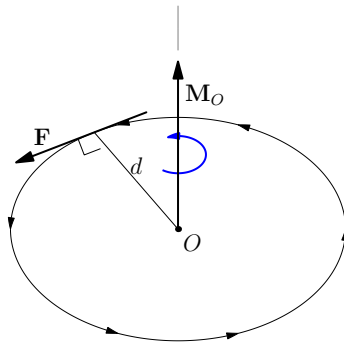


Момент = 0

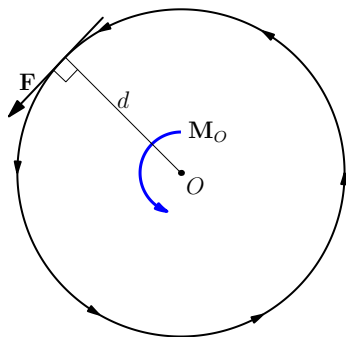
Величина момента



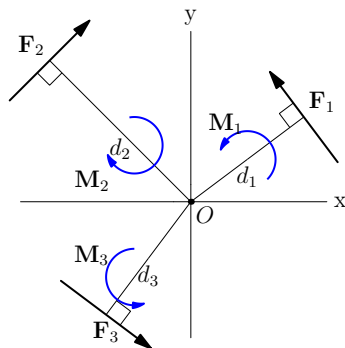
$$M_O = Fd$$



Направление момента

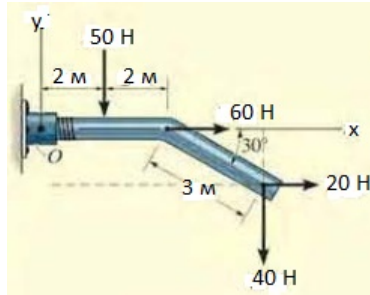


Результирующий момент



$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \sum Fd; \quad (M_R) = F_1 d_1 - F_2 d_2 + F_3 d_3$$

Пример



Решение

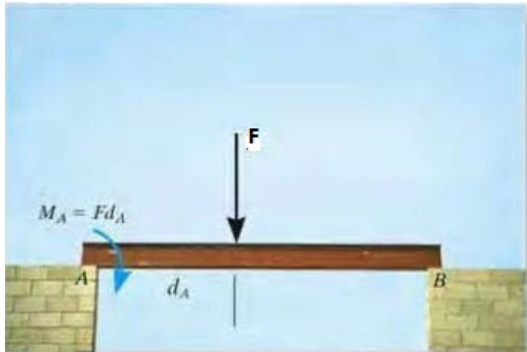
$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \sum Fd$$

$$(M_R)_O = (-50 \text{ Н})(2 \text{ м}) + 60 \text{ Н} \cdot 0 + (20 \text{ Н})(3 \sin 30^\circ \text{ м}) \\ - (40 \text{ Н})(4 \text{ м} + 3 \cos 30^\circ \text{ м})$$

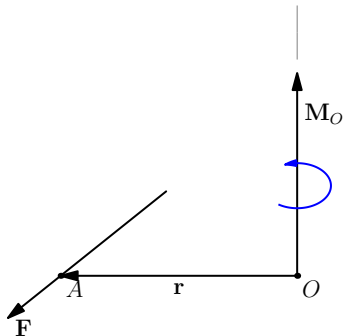
$$(M_R)_O = -334 \text{ Н} \cdot \text{м} = 334 \text{ Н} \cdot \text{м} \circlearrowleft$$

Ответ

Пример

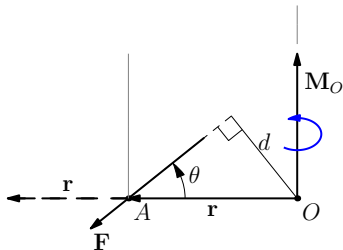


Момент силы относительно оси



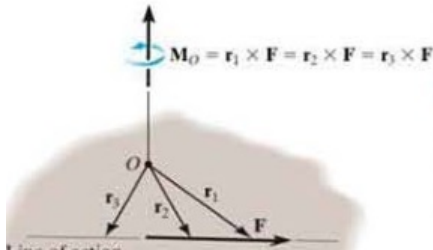
$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

Величина и направление момента

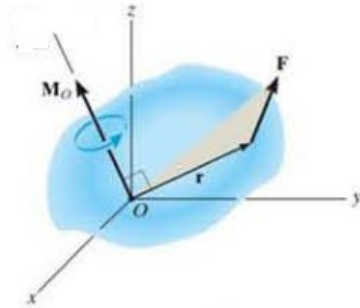


$$M_O = rF \sin \theta = F(r \sin \theta) = Fd$$

Принцип передачи

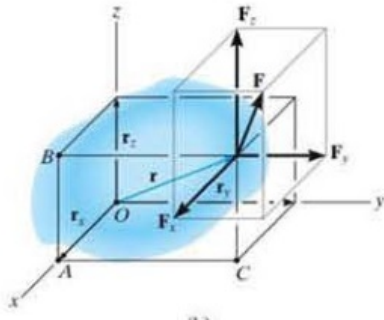


$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F} = \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F} = \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}$$

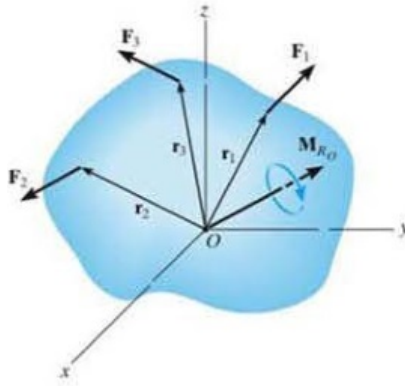


$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{M}_O = (r_y F_z - r_z F_y)\mathbf{i} - (r_x F_z - r_z F_x)\mathbf{j} + (r_x F_y - r_y F_x)\mathbf{k}$$

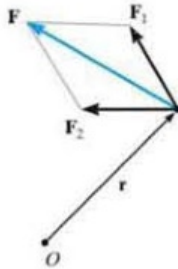


Результирующий момент системы сил



$$M_{RO} = \sum \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

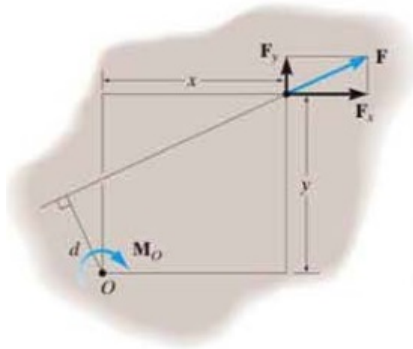
Теорема Вариньона



Момент силы относительно точки равен сумме моментов компонент(проекций) силы относительно этой точки

$$M_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r} \times \mathbf{F}_2$$

Теорема Вариньона для плоскости



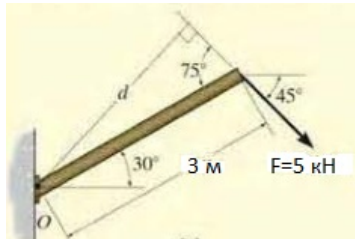
$$\circlearrowleft +M_O = F_x y - F_y x$$

Это важно!

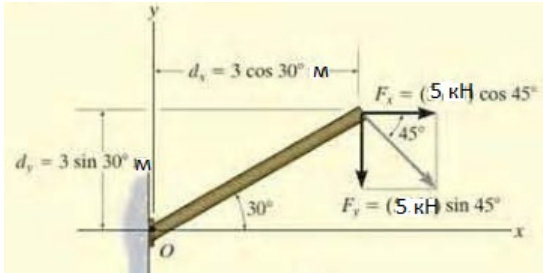
- Момент силы создает тенденцию к вращению тела относительно оси, проходящей через определенную точку O
- Направление вращения определяется с помощью правила правой руки
- Величина момента определяется по формуле $M = Fd$, где d - плечо момента
- В пространстве момент есть векторное произведение
 $\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- Теорема Вариньона: момент силы относительно точки равен сумме моментов компонент(проекций) силы относительно этой точки

Пример

Вычислить момент силы



Решение



$$d = (3 \text{ м}) \sin 75^\circ = 2.898 \text{ м}$$

$$M_O = Fd = (5 \text{ кН})(2.898 \text{ м}) = 14.5 \text{ кН} \cdot \text{м} \quad \text{Ответ}$$