

Условия равновесия твердого тела

Равновесие в двух измерениях

Схема свободного твердого тела

Таблица связей и копланарной системы сил реакции для т

Уравнения равновесия

Лекция №5: Равновесие твердого тела

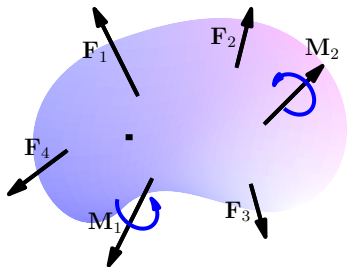
В.Е.Кисляков

March 31, 2015

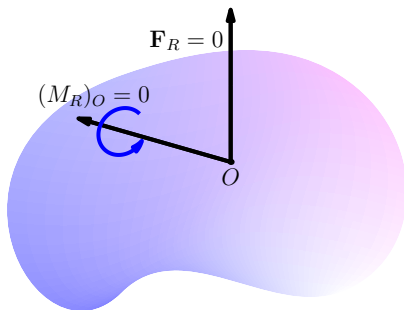
- 1 Условия равновесия твердого тела
- 2 Равновесие в двух измерениях
- 3 Схема свободного твердого тела
- 4 Таблица связей и копланарной системы сил реакции для твердого тела
- 5 Уравнения равновесия

Условия равновесия твердого тела

На тело действует система внешних сил и моментов пар сил



Уравнения равновесия

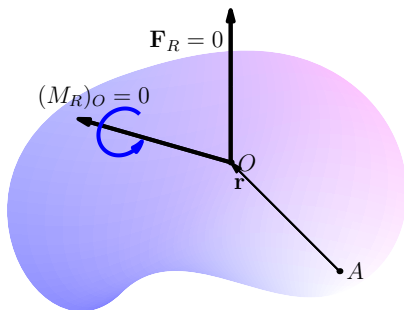


$$\mathbf{F} = \sum \mathbf{F} = 0$$
$$(M_R)_O = \sum M_O = 0$$

Уравнения равновесия

- Сумма сил, действующих на тело, равна нулю
- Сумма моментов всех сил системы, относительно точки O , плюс все моменты пар сил равна нулю

Уравнения равновесия



$$\sum \mathbf{M}_A = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_R + (\mathbf{M}_R)_O = 0$$

Условия равновесия твердого тела

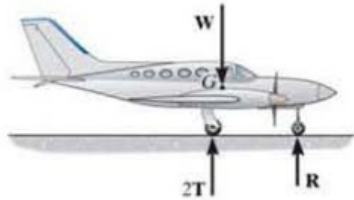
Равновесие в двух измерениях

Схема свободного твердого тела

Таблица связей и копланарной системы сил реакции для т

Уравнения равновесия

Равновесие в двух измерениях



Полное понимание того, как составлять схему свободного твердого тела имеет первостепенное значение для решения задач в механике

Реакции связи

Общее правило:

- Если связь препятствует перемещению тела в данном направлении, то и сила, действующая на тело, имеет то же направление
- Если связь препятствует вращению тела, значит на тело действует пара сил



Условия равновесия твердого тела

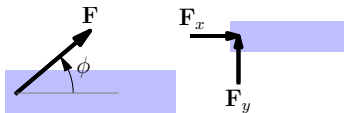
Равновесие в двух измерениях

Схема свободного твердого тела

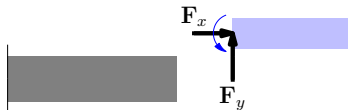
Таблица связей и копланарной системы сил реакции для т

Уравнения равновесия

Штифт



Жесткая заделка

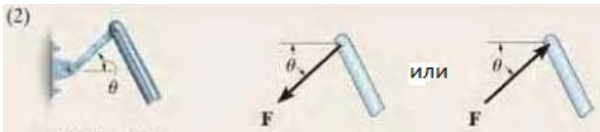


Вид связи. Реакция. Число неизвестных



Одна неизвестная

Шарнир



Одна неизвестная

Условия равновесия твердого тела

Равновесие в двух измерениях

Схема свободного твердого тела

Таблица связей и копланарной системы сил реакции для т

Уравнения равновесия

Ролик



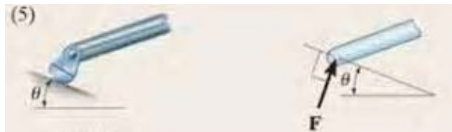
Одна неизвестная

Ролик или штифт



Одна неизвестная

Шатун



Одна неизвестная

Гладкая поверхность



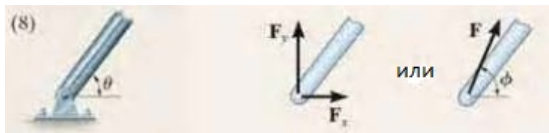
Одна неизвестная

Втулка



Две неизвестные

Шарнир



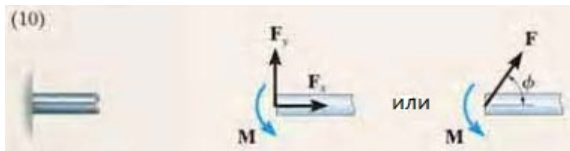
Две неизвестные

Втулка



Две неизвестные

Жесткая заделка



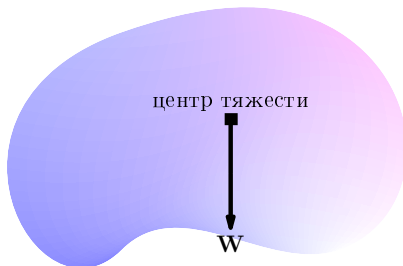
Три неизвестные

Внутренние силы

Внутренние силы действуют между соприкасающимися частицами твердого тела и всегда составляют коллинеарные пары

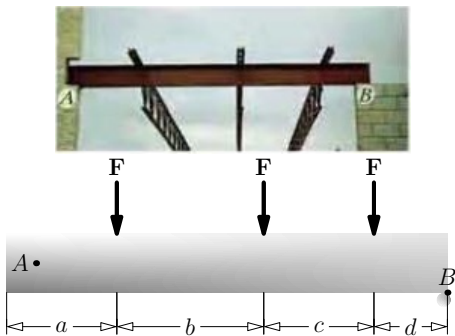


Вес и центр тяжести



Если тело однородное, то центр тяжести находится в геометрическом центре(центроиде) тела

Идеализированные модели



Условия равновесия твердого тела

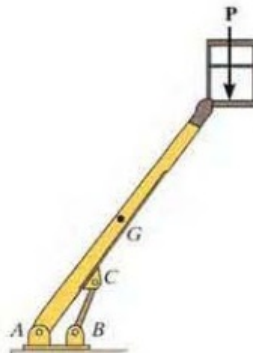
Равновесие в двух измерениях

Схема свободного твердого тела

Таблица связей и копланарной системы сил реакции для т

Уравнения равновесия

Идеализированные модели



Методические указания для построения ССТТ

Контурные очертания

Изобразить тело изолированным, свободным от связей

Показать все силы и моменты пар сил

- 1) действующие на тело силы
- 2) силы реакции
- 3) вес тела

Обозначить каждую силу и размеры тела

Это важно

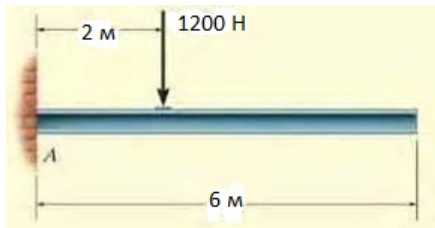
- решение задач на равновесие твердого тела начинать с построения ССТТ
- если связь препятствует перемещению тела в данном направлении следует заменить её силой реакции, действующей в том же направлении
- если вращение тела невозможно значит связь следует заменить парой сил
- выучить таблицу связей и реакций

Это важно

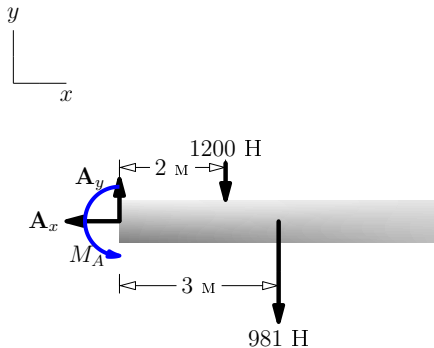
- внутренние силы на ССТТ не указываются
- вес тела это внешняя сила, ее линия действия проходит через центр тяжести тела
- момент пары сил может быть изображен в любом месте ССТТ. Силы изображаются на своей линии действия

Пример

Нарисовать ССТТ для балки из однородного материала. Вес балки 100 кг



Решение



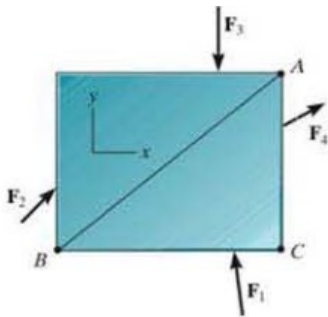
Уравнения равновесия

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

Альтернативные уравнения равновесия



Альтернативные уравнения равновесия

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

Альтернативные уравнения равновесия

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum M_C = 0$$

Методические указания для решения задач

ССТТ

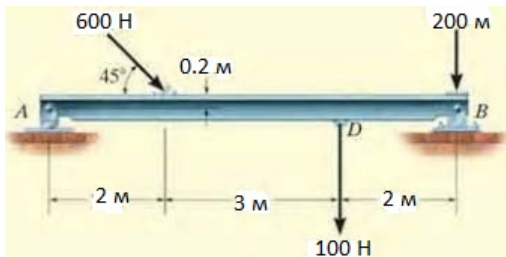
- Определить x, y координатную систему в подходящей ориентации
- Нарисовать контурные очертания тела
- Показать все силы и моменты пар сил, действующие на тело
- Обозначить все нагрузки и определить их направление по координатным осям
- Обозначить размеры тела

Уравнения равновесия

- Для того, чтобы записать уравнение равновесия для моментов $\sum M_O = 0$, т.О следует расположить на пересечении линий действия двух неизвестных сил
- Для того, чтобы записать уравнение равновесия для сил $\sum F_x = 0$ и $\sum F_y = 0$, удобно так ориентировать координатные оси, чтобы вычисление компонент сил было наиболее простым
- Если при решении уравнений равновесия сила или момент пары сил получает отрицательное значение, значит направление силы или момента противоположно заданному на ССТТ

Пример

Определить горизонтальную и вертикальную компоненты силы реакции в т. А (Шарнир) и в т. В (штифт). Вес балки не учитывать



Условия равновесия твердого тела

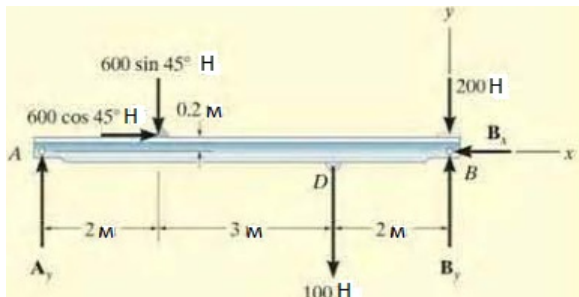
Равновесие в двух измерениях

Схема свободного твердого тела

Таблица связей и копланарной системы сил реакции для т

Уравнения равновесия

Решение. ССТТ



Уравнения равновесия

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0; \quad 600 \cos 45^\circ \text{ Н} - B_x = 0$$

$$B_x = 424 \text{ Н} \quad \text{Ответ}$$

$$\circlearrowleft +M_B = 0; \quad 100 \text{ Н}(2 \text{ м}) + 600 \sin 45^\circ \text{ Н}(5 \text{ м}) \\ - 600 \cos 45^\circ \text{ Н}(0.2 \text{ м}) - A_y(7 \text{ м}) = 0$$

$$A_y = 319 \text{ Н} \quad \text{Ответ}$$

Уравнения равновесия

$$+ \uparrow \sum F_y = 0; \quad 319 \text{ Н} - 600 \sin 45^\circ \text{ Н} - 100 \text{ Н} - 200 \text{ Н} + B_y = 0$$

$$B_y = 405 \text{ Н} \quad \text{Ответ}$$

Замечание

$$\begin{aligned} \circlearrowleft +M_A = 0; & \quad -(600 \sin 45^\circ \text{ Н})(2 \text{ м}) - 600 \cos 45^\circ \text{ Н}(0.2 \text{ м}) \\ & \quad - (100 \text{ Н})(5 \text{ м}) - 200 \text{ Н}(7 \text{ м}) + B_y(7 \text{ м}) = 0 \\ B_y = 405 \text{ Н} & \quad \text{Ответ} \end{aligned}$$